Ableitung von physikalischen Formeln nach der Zeit:

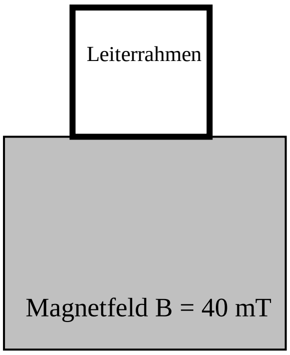
1) In einen Stromkreis aus einer Stromquelle und einer langen Spule wird ein regelbarer Widerstand eingebaut. Der Widerstand wird automatisch so geregelt, dass für die durch ihn geflossene Ladung folgendes Gesetz gilt:
$Q(t) = Q_o + 3 \cdot 2{,}5\ \mathrm{mC/s^2} \cdot t^2$ mit C_o = konst.

a) Berechne den zeitlichen Verlauf der Stromstärke.

b) Zu welchem Zeitpunkt t_1 beträgt die Stromstärke 1,0 A?

c) Berechne $\dot{I}(t)$

d) Der Strom fließt durch eine lange Spule ($n = 1000$, $l = 20$ cm, $A = 10\ \mathrm{cm}^2$). Berechne die Formeln für den zeitlichen Verlauf des magnetischen Flusses $\Phi(t)$ und der Flussänderung $\dot{\Phi}(t)$ und gib $\dot{\Phi}$ zum Zeitpunkt $t = 100$ ms an.



2) Ein rechteckiger Leiterrahmen mit 1000 Windungen und der Kantenlänge $l = 15$ cm ruht am oberen Rand eines Bereiches mit einem homogenen Magnetfeld.

Zum Zeitpunkt $t = 0$ s lässt man ihn los und er fällt frei in das Feld hinein. Für den im Verlauf der Zeit nach unten zurückgelegten Weg gilt: $s(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

a) Berechne den zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeit $v(t)$ und der Beschleunigung $a(t)$.

b) Berechne daraus die Flächenänderung $\dot{A}(t)$ des Teils der Spule, die im Magnetfeld ist.

c) Leite die Formel für den zeitlichen Verlauf der in der Spule induzierten Spannung her.

1) In einen Stromkreis aus einer Stromquelle und einer langen Spule wird ein regelbarer Widerstand eingebaut. Der Widerstand wird automatisch so geregelt, dass für die durch ihn geflossene Ladung folgendes Gesetz gilt:

$\mathbf{Q(t) = Q_o + 3 \cdot 2{,}5\ mC/s^2 \cdot t^2}$ mit C_o = konst.

a) Berechne den zeitlichen Verlauf der Stromstärke.

Es gilt: $I(t) = \dot{Q}(t)$

$Q(t) = Q_o + 3 \cdot 2{,}5\ mC/s \cdot t^2$

=> $\dot{Q}(t) = 0 + 2 \cdot 3 \cdot 2{,}5\ mC/s^2 \cdot t$

=> $\underline{\mathbf{I(t) = 15\ mC/s^2 \cdot t}}$ d. h. I steigt proportional mit der Zeit an.

b) Zu welchem Zeitpunkt beträgt die Stromstärke 1,0 A?

Geg.: $I(t_1) = 1{,}0\ A$, Formel $I(t) = 15\ mC/s^2 \cdot t$

Ges.: t_1

Lsg.: $I(t_1) = 15\ mC/s^2 \cdot t_1 \quad |\ : 15\ mC/s^2$

$I(t_1) / 15\ mC/s^2 = t_1$

$1\ A / 15\ mC/s^2 = t_1$

$1\ C/s / 15 \cdot 10^{-3}\ C/s^2 = t_1 = 66{,}67\ s$

$\underline{\mathbf{t_1 = 67\ s}}$

c) Berechne $\dot{I}(t)$

$I(t) = 15\ mC/s^2 \cdot t$

=> $\dot{I}(t) = 15\ mC/s^2 = 15\ mA/s$

$\underline{\mathbf{\dot{I}(t) = 15\ mA/s}}$ Die Stromstärke steigt also mit 15 mA pro Sekunde an.

d) Der Strom fließt durch eine lange Spule (n = 1000, l = 20 cm, A = 10 cm^2). Berechne die Formeln für den zeitlichen Verlauf des magnetischen Flusses $\Phi(t)$ und der Flussänderung $\dot{\Phi}(t)$ und gib $\dot{\Phi}$ zum Zeitpunkt t = 100 ms an.

Geg.: $\mu_0 = 1{,}257 \cdot 10^{-6}\ Vs/Am$, n, l, A, I(t)

$\Phi(t) = B(t) \cdot A(t)$ wobei $B(t) = \mu_0 \cdot n/l \cdot I(t)$ (A = konst.)

=> $\mathbf{\Phi(t) = \mu_0 \cdot n/l \cdot I(t) \cdot A(t)}$ **mit** $\mathbf{I(t) = 15\ mC/s^2 \cdot t}$ und $\mathbf{A = 10 \cdot 10^{-4}\ m^2}$

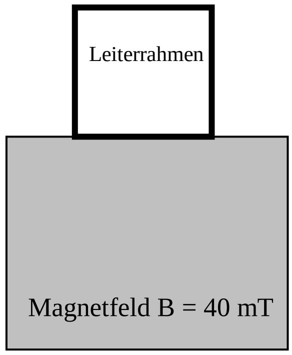
$\Phi(t) = 9{,}4275 \cdot 10^{-8}\ Wb/s \cdot t$

$\underline{\mathbf{\Phi(t) = 9{,}4 \cdot 10^{-8}\ Wb/s \cdot t}}$

=> $\underline{\mathbf{\dot{\Phi}(t) = 9{,}4 \cdot 10^{-8}\ Wb/s}}$

Da $\Phi(t)$ konstant bleibt, ist auch zum Zeitpunkt t_2 = 100 ms $\underline{\mathbf{\Phi(t_2) = 9{,}4 \cdot 10^{-9}\ Wb}}$

2) Ein rechteckiger Leiterrahmen mit 1000 Windungen und der Kantenlänge l = 15 cm ruht am oberen Rand eines Bereiches mit einem homogenen Magnetfeld.



Zum Zeitpunkt t = 0 s lässt man ihn los und er fällt frei in das Feld hinein. Für den im Verlauf der Zeit nach unten zurückgelegten Weg gilt: $s(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

a) Berechne den zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeit v(t) und der Beschleunigung a(t).

Geg.: $s(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ mit $a = 9{,}81\ m/s^2$

Ges.: v(t), a(t)

Lsg.: $v(t) = \dot{s}(t)$

aus $s(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

folgt $\dot{s}(t) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot t = g \cdot t$

$\underline{\mathbf{v(t) = g \cdot t}}$

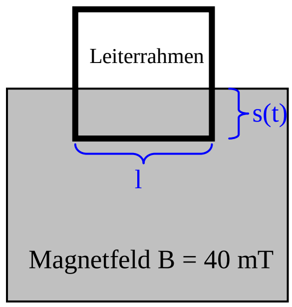
$a(t) = \dot{v}(t)$

aus $v(t) = g \cdot t$

folgt $\dot{v}(t) = g$

$\underline{\mathbf{a(t) = g}}$

b) Berechne daraus die Flächenänderung $\dot{A}(t)$ des Teils der Spule, die im Magnetfeld ist.



Geg.: l = 0,15 m, $v(t) = g \cdot t$

Ges.: $\dot{A}(t)$

Lsg.: $A(t) = l \cdot s(t)$

$A(t) = l \cdot \frac{1}{2} g \cdot t^2$

$\underline{\mathbf{\dot{A}(t) = l \cdot g \cdot t}}$

(D.h. die Fläche wächst im Laufe der Zeit immer schneller, da die Fallbewegung eine beschleunigte Bewegung ist.)

c) Leite die Formel für den zeitlichen Verlauf der in der Spule induzierten Spannung her.

$U_{ind}(t) = -n \cdot \dot{\Phi}(t)$

Produktregel:

$U_{ind}(t) = -n \cdot (\dot{B} \cdot A + B \cdot \dot{A})$

Da B = konstant ist, folgt:

$U_{ind}(t) = -n \cdot B \cdot \dot{A}$

Mit der Formel aus b) folgt damit:

$\underline{\mathbf{U_{ind}(t) = -n \cdot B \cdot l \cdot g \cdot t}}$ (U steigt also mit der Zeit immer mehr an!)

Zusatzfrage:

Wie sieht das Diagramm zum zeitlichen Verlauf der Induktionsspannung aus?